

RELACIÓN DE PROBLEMAS DE CAMPO GRAVITATORIO

1. Io es un satélite de Júpiter cuya masa es  $M_{Io} = 8.9 \times 10^{22}$  kg y su radio  $R_{Io} = 1,8 \cdot 10^6$  m. El radio de la órbita, supuesta circular, en torno a Júpiter es  $r = 4,2 \cdot 10^8$  m.

a) ¿Cuál es el periodo de rotación de Io en torno a Júpiter?

b) Determina la velocidad y la aceleración de Io en su órbita.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; M_{Júpiter} = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}; R_{Júpiter} = 6,9 \cdot 10^7 \text{ m}$$

2. Dos planetas esféricos tienen la misma masa,  $M_1 = M_2$ , pero la aceleración de la gravedad en la superficie del primero es cuatro veces mayor que en la del segundo,  $g_1 = 4g_2$ . Calcula la relación entre los radios de los dos planetas,  $R_1/R_2$ , y entre sus densidades medias de masa,  $\rho_1/\rho_2$ .

3. ¿A qué distancia de la Tierra su campo gravitatorio es equilibrado exactamente por el de la Luna? Los puntos en que esto sucede se llaman puntos de Lagrange. La distancia entre la Tierra y la Luna es de  $3,84 \cdot 10^8$  m y la relación  $M_T/M_L = 81$ .

4. Un cuerpo A de masa  $m_A = 1$  kg y otro B de masa  $m_B = 2$  kg se encuentran situados en los puntos (2,2) y (-2,2) respectivamente. Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula: a) El vector de intensidad de campo gravitatorio creado por el cuerpo A en el punto (-2,0); b) El vector de intensidad de campo gravitatorio creado por el cuerpo B en el punto (2,2); c) La fuerza gravitatoria que ejerce el cuerpo A sobre el B.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

5. Calcula el valor de la velocidad que hay que comunicar a un cuerpo en la superficie terrestre, en dirección horizontal, para que se mueva en torno a la Tierra describiendo una órbita circular ( $R_T = 6,4 \cdot 10^6$  m;  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg).

6. La Tierra es aproximadamente esférica, de radio  $R_T = 6,37 \cdot 10^6$  m. La intensidad media del campo gravitatorio en su superficie es  $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ ; calcula a) la densidad de masa media de la Tierra,  $\rho$ ; b) ¿a qué altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra se reduce  $g$  a la cuarta parte de  $g_0$ ?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

7. El satélite meteorológico SMOS de masa  $m = 683$  kg sigue una órbita circular (polar) a una altura  $h = 755$  km sobre la superficie terrestre. a) calcula la variación que experimentará el peso del satélite en la órbita, respecto del que tiene en la superficie terrestre; b) determina la velocidad orbital del satélite y el número de veces que recorrerá la órbita cada día.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}; R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}; M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

ENERGÍA MECÁNICA

8. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto  $x_1$  hasta otro punto  $x_2$ , realizando un trabajo de 50 J. a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en  $x_1$ , ¿cuánto valdrá en  $x_2$ ? b) si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en  $x_1$ , ¿cuál será la velocidad en  $x_2$ ? ¿cuál será la variación de energía mecánica?

9. Dos masas puntuales  $m_1 = 5$  kg y  $m_2 = 10$  kg se encuentran situadas en el plano XY en dos puntos de coordenadas A(0, 1) y B(0, 7) respectivamente. Se pide: a) fuerza gravitatoria ejercida por la masa  $m_1$  sobre  $m_2$ ; b) campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto de coordenadas C(4, 4); c) por último, calcula la energía potencial que posee la masa  $m_2$ ; explica su significado.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  Nota: Todas las coordenadas espaciales están dadas en metros.

10. Un planeta esférico sin atmósfera tiene masa  $M = 1,2 \cdot 10^{23}$  kg y radio  $R = 1,3 \cdot 10^6$  m. Desde su superficie se lanza verticalmente un proyectil que llega a alcanzar una altura máxima  $h = R/2$  antes de volver a caer hacia la superficie. ¿Con qué velocidad inicial se ha lanzado el proyectil?  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

11. Los satélites de comunicaciones son geoestacionarios, es decir, describen órbitas ecuatoriales en torno a la Tierra con un periodo de revolución de un día, igual al de rotación de nuestro planeta. Por ello, la posición aparente de un satélite geoestacionario, visto desde la Tierra, es siempre la misma.

a) Calcula el radio de la órbita geoestacionaria y la velocidad orbital del satélite.

b) Calcula la energía mecánica de un satélite geoestacionario de masa  $m = 500$  kg.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}.$$

12. Un meteorito se dirige hacia la Luna, de masa  $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}$  kg y radio  $R_L = 1,74 \cdot 10^6$  m. A una altura  $h = 3R_L$  sobre la superficie de la Luna, la velocidad del meteorito es  $v_0 = 500$  m/s. Calcula su velocidad cuando choca con la superficie.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

13. a) Calcula la velocidad de escape desde la superficie de la Luna.

b) Se lanza verticalmente un objeto desde la superficie de la Luna, con velocidad inicial igual a la de escape. ¿A qué distancia del centro de la Luna se reduce su velocidad a la mitad de la inicial?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ . Masa y radio de la Luna:  $M_L = 7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ,  $R_L = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

14.- Un satélite de masa  $m = 500 \text{ kg}$  describe una órbita circular de radio en torno a la Tierra.  $R = 7,50 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

a) Calcula la velocidad orbital del satélite; b) Para pasar a otra órbita circular de radio  $2R$ , ¿cuánto trabajo deben realizar los motores del satélite?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

#### LEYES DE KEPLER

15. La relación entre los radios medios de las órbitas de Marte y la Tierra en torno al Sol es  $R_M/R_T = 1,53$ . Calcula el periodo de la órbita de Marte en torno al Sol (duración del "año marciano").

16. Rhea y Titán son dos satélites de Saturno que tardan, respectivamente, 4,52 y 15,9 días terrestres en recorrer sus órbitas en torno a dicho planeta. Sabiendo que el radio medio de la órbita de Rhea es  $5,27 \cdot 10^8 \text{ m}$ , calcula el radio medio de la órbita de Titán y la masa de Saturno. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

#### MOMENTO ANGULAR, L

17. La órbita de Plutón en torno al Sol es notablemente excéntrica. La relación de distancias máxima y mínima entre su centro y el del Sol (afelio y perihelio) es  $R_a/R_p = 5/3$ . Razonando tus respuestas, calcula la relación (cociente) entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes de Plutón:

a) Momento angular respecto al centro del Sol.

b) Energía cinética.

c) Energía potencial gravitatoria.

18. Un satélite de la Tierra describe una órbita elíptica. Las distancias máxima y mínima a la superficie de la Tierra son 3200 km y 400 km, respectivamente. Si la velocidad máxima del satélite es 5250 m/s, halla la velocidad del satélite en los puntos de máximo y mínimo acercamiento. ( $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ )