



2. Dos cargas iguales positivas de valor  $q_1=q_2=6,0$  nC están sobre el eje  $y$  y en puntos  $y_1=+3$ cm e  $y_2=-3$ cm. (a) ¿cuál es el valor y sentido del campo eléctrico sobre el eje  $x$  en  $x=4$ cm?; (b) ¿cuál es la fuerza ejercida sobre una tercera carga  $q_3=2$ nC situada en el punto  $x=4$ cm?

$$a) \vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{0,04^2+0,03^2})^3} \cdot (0,04 \hat{i} - 0,03 \hat{j}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{0,03^2+0,04^2})^3} \cdot (0,04 \hat{i} + 0,03 \hat{j}) = (34560 \hat{i}) \text{ N/C}$$

$$b) \vec{F} = q' \cdot \vec{E} = 2 \cdot 10^{-9} \cdot (34560 \hat{i}) = 6,912 \cdot 10^{-5} \hat{i} \text{ N}$$

3. Dos partículas con cargas  $q_1=1$  C y  $q_2=-2$  C y están separadas una distancia  $d = 0,5$  m.

(a) Calcula la fuerza que actúa sobre la segunda y su energía potencial electrostática; (b) si  $q_2$  puede moverse, partiendo del reposo, ¿hacia dónde lo hará?; (c) calcula su energía cinética cuando se halla desplazado 0,2 m respecto a su posición inicial; (d) ¿cuánto trabajo habrá realizado hasta entonces el campo eléctrico?. Dato: Constante de la Ley de Coulomb en el vacío:  $k=9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ .

$$a) F_{1 \rightarrow 2} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 2}{0,5^2} = 7,2 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -7,2 \cdot 10^{10} \hat{i} \text{ N}$$

$$E_p = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot (-2)}{0,5} = -3,6 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

b) Se moverá hacia la izquierda.

$$c) \Delta E_c = W_t = W_c + W_{nc} \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \rightarrow \text{principio de conservación de la energía mecánica}$$

$$\downarrow$$

$$-\Delta E_p$$

$$E_{c \text{ final}} - E_{c \text{ inicial}} = -(E_{p \text{ final}} - E_{p \text{ inicial}}) \rightarrow E_{c \text{ final}} = -(E_{p \text{ final}} - E_{p \text{ inicial}})$$

↓  
Es 0 porque parte del reposo

$$E_{p \text{ inicial}} = -3,6 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$E_{p \text{ final}} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot (-2)}{0,3} = -6 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

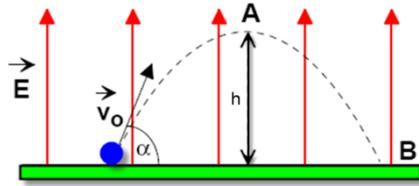
$$E_{c \text{ final}} = -(-6 \cdot 10^{10} - (-3,6 \cdot 10^{10})) = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$d) W_c = -\Delta E_p = -(E_{p \text{ final}} - E_{p \text{ inicial}}) = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

4. Una placa conductora cargada positivamente crea en sus proximidades un campo eléctrico uniforme  $E = 1000 \text{ V/m}$ , tal y como se muestra en la figura. Desde un punto de la placa se lanza un electrón con velocidad  $V_0 = 10^7 \text{ m/s}$  formando un ángulo de  $60^\circ$  con dicha placa, de forma que el electrón describirá una trayectoria parabólica como la indicada en la figura.

- En el punto A, el más alejado de la placa, ¿con qué velocidad se mueve el electrón?
- Respecto al punto inicial, ¿cuánto ha variado su energía potencial electrostática?
- Calcula la distancia  $h$  entre el punto A y la placa.
- Determina la velocidad (módulo y orientación) del electrón cuando choca con la placa en B.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .



- $V_0$  se descompone en velocidad vertical y velocidad horizontal. En el punto A la velocidad vertical es 0 puesto que es el punto más alto. En el punto A solo hay velocidad horizontal porque no hay nada que la haga variar, la  $V_{ox}$  es igual en todo el movimiento.

$$V_y = 0$$

$$V_{ox} = 10^7 \cdot \cos 60 = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s} = V_x$$

- $W_t = W_c$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$\Delta E_p = -\Delta E_c = -(E_{c\text{final}} - E_{c\text{inicial}})$$

$$\Delta E_p = -\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_{\text{final}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_{\text{inicial}}^2\right) = -\frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot ((5 \cdot 10^6)^2 - (10^7)^2) = 3,41 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

- $E = -\frac{\Delta V}{\Delta r} = 1000 \text{ V/m}$

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$$

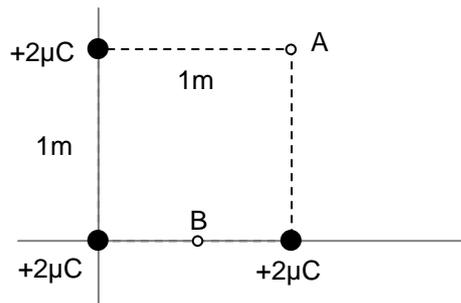
$$E = \frac{\Delta E_p}{q \cdot h} \rightarrow h = \frac{\Delta E_p}{E \cdot q} = \frac{3,41 \cdot 10^{-17}}{1000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,213 \text{ m} = 21,3 \text{ cm}$$

- Como se trata de un campo conservativo el electrón choca con la placa a la misma velocidad con la que se inicia el movimiento, el módulo  $V = 10^7 \text{ m/s}$  siendo la orientación contraria a la de inicio.

5. Tres cargas de  $q = +2,0 \mu\text{C}$  se encuentran en tres de los vértices de un cuadrado de  $1 \text{ m}$  de lado. Calcula:

- el campo eléctrico y el potencial en los puntos A y B.

b) el trabajo externo necesario para llevar una carga de  $-2\mu\text{C}$  desde A hasta B.



$$a) \vec{E}_t = \sum \vec{E}_i \rightarrow E_t = E_1 + E_2 + E_3$$

$$V_t = \sum V_i = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} + \vec{E}_{3A} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1^3} \hat{i} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^3} (\hat{i} + \hat{j}) + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1^3} \hat{j} \right) = 24364 \hat{i} + 24364 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_B &= \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B} + \vec{E}_{3B} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{1^2 + 0,5^2})^3} (0,5 \hat{i} - \hat{j}) + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,5^3} 0,5 \hat{i} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,5^3} (-0,5 \hat{i}) \right) \\ &= 9 \cdot 10^9 (5,12 \cdot 10^{-7} \hat{i} - 5,12 \cdot 10^{-7} \hat{j}) = 4608 \hat{i} - 4608 \hat{j} \text{ N/C} \end{aligned}$$

$$V = k \cdot \frac{q}{r}$$

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} + V_{3A} = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1} \right) = 48728 \text{ V} \left( \frac{J}{C} \right)$$

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} + V_{3B} = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1^2 + 0,5^2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,5} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,5} \right) = 88099,7 \text{ V} \left( \frac{J}{C} \right)$$

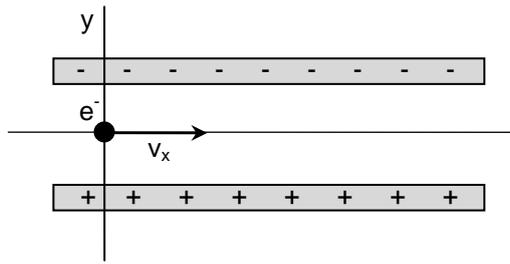
$$b) W_t = W_c + W_{nc}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \Delta E_c = -\Delta E_p ; E_p = q \cdot V \end{array}$$

$$W_c = -W_{ext} ; W_{ext} = \Delta E_p ; \Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = q \cdot (V_B - V_A)$$

$$W_{ext} = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (88099,7 - 48728) = -0,0787 \text{ J}$$

**6.** Se lanza horizontalmente un electrón con una velocidad  $v_x = 1 \cdot 10^7$  m/s dentro de un campo eléctrico uniforme generado cuando se conectan los bornes de una batería de 300V a dos láminas paralelas separadas una distancia de 2,5 cm. Halla la ecuación de la trayectoria que describirá el electrón. Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.



Movimiento horizontal.- MRU ( $e = V \cdot t$ ) ---  $x = Vx \cdot t = 10^7 \cdot t$  ;  $t = \frac{x}{10^7}$

Movimiento vertical.-  $y = V_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$

$$F = q_e \cdot E = m_e \cdot a_y$$

$$a_y = \frac{q_e \cdot E}{m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta r}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 2,1 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$$

$\frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{300}{0,025}$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 10^{14} \cdot t^2 ; \quad y = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 10^{14} \cdot \left(\frac{x}{10^7}\right)^2$$

**7.** Se cargan dos esferas de 2 y 5 cm de radio con una carga de  $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  cada una. Si se conectan con un hilo conductor, calcula (a) El potencial de cada esfera tras la unión; (b) ¿Qué carga adquiere cada esfera?

a) Al conectar dos objetos cargados, pasa carga desde el objeto con mayor potencial al de menor potencial, hasta que se igualan sus potenciales.

$$V = K \cdot \frac{q}{r} ; \quad V_{r=2} = V_{r=5} ; \quad 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} - q'}{2 \cdot 10^{-2}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} + q'}{5 \cdot 10^{-2}}$$

$$10^{-5} - 5 \cdot q' = 4 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot q' ;$$

$$q' = 8,57 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$V_{r=2} = V_{r=5} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} - 8,57 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-2}} = 514000 \text{ V}$$

b) Carga esfera pequeña =  $2 \cdot 10^{-6} - 8,57 \cdot 10^{-7} = 1,143 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 Carga esfera grande =  $2 \cdot 10^{-6} + 8,57 \cdot 10^{-7} = 2,857 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

**8.** Utilizando el teorema de Gauss, calcula la intensidad de campo eléctrico creado por un hilo cargado con una densidad de carga  $\sigma = 2 \text{ C/m}$  a una distancia de 3cm. Dato:  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$ .

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos 0 = E \cdot S ; \quad \Phi = K \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{ds} ; \quad \Phi = \oint E \cdot ds \cdot \cos 0 = E \oint ds = E \cdot 2\pi R \cdot L$$

$$E \cdot 2\pi R \cdot L = \frac{q}{\epsilon_0} \quad ; \quad E = \frac{q}{2\pi R \cdot L \cdot \epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\pi \cdot R \cdot \epsilon_0} = \frac{2}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 1,2 \cdot 10^{12} \text{ N/C}$$

**9.** Consideremos un campo eléctrico uniforme,  $\vec{E} = \left(2,00 \frac{kN}{C}\right) \hat{i}$ . (a) Cuál es el flujo de este campo que atraviesa un cuadrado de 10 cm de lado cuyo plano es paralelo al plano yz?; (b) ¿Cuál es el flujo que atraviesa el mismo cuadrado si la normal a su plano forma un ángulo de 30° con el eje x?

a)

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos 0 = 2000 \cdot 0,1^2 = 20 \text{ V} \cdot \text{m}$$

b)

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos 30 = 2000 \cdot 0,1^2 \cdot \cos 30 = 17,32 \text{ V} \cdot \text{m}$$

**10.** Una esfera de radio 6 cm posee una densidad de carga volumétrica uniforme  $\rho=450 \text{ nC/m}^3$ . (a) ¿Cuál es la carga total de la esfera?; determinar el campo eléctrico en (b)  $r=2\text{cm}$ , (c)  $r=5,9 \text{ cm}$ , (d)  $r=6,1 \text{ cm}$ .

$$\text{a) } Q = \rho \cdot V = 450 \cdot 10^{-9} \text{ N/m}^3 \cdot \frac{4}{3} \pi (6 \cdot 10^{-2})^3 = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

b) Teorema de Gauss

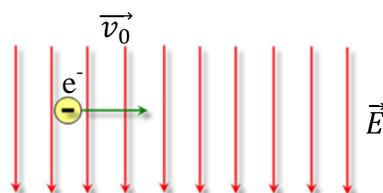
$$\oint E \cdot ds = \frac{\sum qi}{\epsilon_0} \quad ; \quad E \oint ds = \frac{\sum qi}{\epsilon_0} \quad ; \quad E \cdot S = \frac{\sum qi}{\epsilon_0} \quad ; \quad E = \frac{\sum qi}{S \cdot \epsilon_0} \quad ;$$

$$E = \frac{\rho \cdot V_{\text{esfera } r=2 \text{ cm}}}{S \cdot \epsilon_0} = \frac{450 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{4}{3} \pi (2 \cdot 10^{-2})^3}{4\pi (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = \frac{1,51 \cdot 10^{-11}}{8,9 \cdot 10^{-16}} = 16966,29 \text{ N/C}$$

$$\text{c) } E = \frac{\rho \cdot V_{\text{esfera } r=5,9 \text{ cm}}}{S \cdot \epsilon_0} = \frac{450 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{4}{3} \pi (5,9 \cdot 10^{-2})^3}{4\pi (5,9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = \frac{3,87 \cdot 10^{-10}}{2,28 \cdot 10^{-14}} = 16973,68 \text{ N/C}$$

$$\text{d) } E = \frac{\rho \cdot V_{\text{esfera } r=6,1 \text{ cm}}}{S \cdot \epsilon_0} = \frac{450 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{4}{3} \pi (6,1 \cdot 10^{-2})^3}{4\pi (6,1 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = \frac{4,28 \cdot 10^{-10}}{2,52 \cdot 10^{-14}} = 16984,13 \text{ N/C}$$

**11.** Un electrón se proyecta en el interior de un campo eléctrico uniforme,  $\vec{E} = \left(-2,0 \frac{kN}{C}\right) \hat{j}$  con una velocidad inicial,  $\vec{v}_0 = \left(1,0 \cdot 10^6 \frac{m}{s}\right) \hat{i}$  en dirección perpendicular al campo. (a) Comparar la fuerza gravitatoria que existe sobre el electrón con la fuerza eléctrica ejercida sobre él. (b) ¿Cuánto se habrá desviado el electrón si ha recorrido 1 cm en la dirección x?



$$\text{a) } Fe = q_e \cdot E$$

$$P = m_e \cdot g$$

$$\frac{F_e}{P} = \frac{q_e \cdot E}{m_e \cdot g} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,8} = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{8,918 \cdot 10^{-30}} = 3,59 \cdot 10^{13}$$

b) Se desprecia la fuerza peso puesto que la eléctrica es mucho mayor.

El movimiento horizontal es --- M.R.U.

$$V = cte = Vx = 10^6 \text{ m/s} ; Vx = \frac{x}{t}; 10^6 = \frac{1 \cdot 10^{-2}}{t};$$

$$t = \frac{1 \cdot 10^{-2}}{10^6} = 10^{-8} \text{ s}$$

El movimiento vertical es un movimiento acelerado por lo que aplicaremos la fórmula:

$$y = Voy \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

donde  $Voy=0$  porque parte del reposo.

Calcularemos ahora la aceleración vertical:

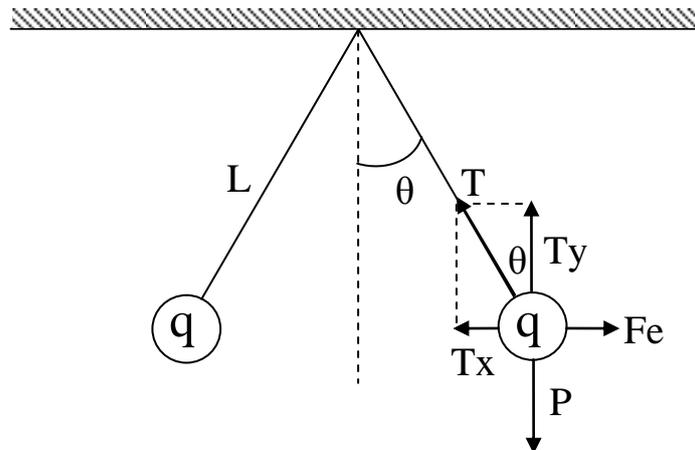
$$F_e = m \cdot a; q_e \cdot E = m \cdot a; a = \frac{q_e \cdot E}{m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 3,52 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo en la ecuación de cinemática:

$$y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,52 \cdot 10^{14} \cdot (10^{-8})^2 = 1,76 \cdot 10^2 \text{ m} = 1,76 \text{ cm}$$

**12.** Dos pequeñas esferas de masa  $m$  están suspendidas de un punto común mediante cuerdas de longitud  $L$ . Cuando cada una de las esferas tiene una carga  $q$  cada cuerda forma un ángulo  $\theta$  con la vertical. Demostrar que la carga  $q$  viene dada por la expresión

$$q = 2L \cdot \sin \theta \cdot \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right) \cdot \operatorname{tg} \theta}$$



Al estar el sistema en reposo las fuerzas están equilibradas

$$Tx = Fe ; T \cdot \sin \theta = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(2 \cdot L \cdot \sin \theta)^2}$$

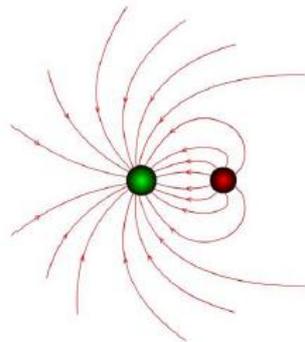
$$Ty = P ; T \cdot \cos \theta = m \cdot g$$

$$\frac{T \cdot \sin \theta}{T \cdot \cos \theta} = \frac{k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(2 \cdot L \cdot \sin \theta)^2}}{m \cdot g} ; \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{k \cdot q^2}{(2 \cdot L \cdot \sin \theta)^2 \cdot m \cdot g} ;$$

$$q^2 = \frac{(2 \cdot L \cdot \sin \theta)^2 \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \theta}{k} ; q = \sqrt{\frac{(2 \cdot L \cdot \sin \theta)^2 \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \theta}{k}}$$

$$q = 2L \cdot \sin \theta \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \theta}{k}}$$

**13.** En la figura se muestran las líneas de campo correspondientes a dos esferas conductoras. ¿Cuál es el signo y el valor relativo de las cargas sobre las dos esferas?



$$\frac{q_+}{q_-} = \frac{n^\circ \text{ de líneas de campo } +}{n^\circ \text{ de líneas de campo } -} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

$$2q_- = 5q_+$$